INSTITUTO FEDERAL FLUMINENSE
CAMPUS CAMPOS CENTRO

Professor: Jhonatan Malta Tenorio da Silva
Aluno:_____

Lista de Álgebra linear e Geometria Analítica
Métodos de Cramer e Escalonamento

Entregar no dia da P1

Como achar a matriz inversa através do escalonamento?

Podemos usar o método aprendido no escalonamento para achar a inversa de matrizes, caso possível.

Tendo uma matriz A_n, criaremos uma matriz B_{nx2n}, colocando a matriz A do lado esquerdo e a I_n ao lado direito. Nosso objetivo é escalonar de modo a achar uma identidade do lado esquerdo. Se isso acontecer, a matriz que achamos do lado direito será a inversa de A.
Caso não consiga achar a identidade do lado esquerdo, a matriz A não possui inversa.

Exemplo: Vamos considerar a matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Escalonando, temos:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) L1 \leftrightarrow L1 - L2 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) L2 \leftrightarrow L2 - 2L1 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array}\right)$$

Logo, podemos concluir que $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Exercícios:

1. Resolva os sistemas abaixo, usando o método de Cramer e indique se são SPD, SPI ou SI:

(a) $\begin{cases} x + y + z + w = 9 \\ x - 2y + 3z + 2w = 23 \\ 4x + 13y - 5z = -20 \\ -x + y + 12z + w = 38 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 5y + 4z = 4 \\ 5x + 3y + 4z = -10 \end{cases}$

2. Resolva os sistemas abaixo, usando o método de Escalonamento. Fornecendo a solução única, caso SPD ou 3 soluções, caso SPI.

(a) $\begin{cases} x+y-z+t &= 1 \\ 3x-y-2z+t &= 2 \\ -x-2y+3z+2t &= -1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x-2y-3z &= 5 \\ -2x+5y+2z &= 3 \\ -x+3y-z &= 2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} -x+y-2z &= 1 \\ 2x-y+3t &= 2 \\ x-2y+z-2t &= 0 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x+y+z+w &= 9 \\ x-2y+3z+2w &= 23 \\ 4x+13y-5z &= -20 \\ -x+y+12z+w &= 38 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x+3y+2z &= 2 \\ 3x+5y+4z &= 4 \\ 5x+3y+4z &= -10 \end{cases}$

3. Use o método do Escalonamento para achar a inversa das matrizes abaixo, caso possível.

(a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 8 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

4. Um sistema é dito homogêneo se todos os termos independentes são nulos. Se o sistema possui algum termo não nulo, dizemos que é não homogêneo.

(a) Explique o motivo de não existir um sistema homogêneo impossível.

(b) Explique qual a única solução possível para um SPD homogêneo.

(c) Calcule os sistemas homogêneos:

$$S_1=\begin{cases} x-y+2z &= 0 \\ 2x+y-z &= 0 \\ 3x-y+4z &= 0 \\ 5x-y+6z &= 0 \end{cases}$$

$$S_2=\begin{cases} x+y-3z &= 0 \\ 4x-y+z &= 0 \\ 2x-3y+7z &= 0 \\ &= \end{cases}$$

$$S_3=\begin{cases} x+y+z &= 0 \\ 2x-y+z &= 0 \end{cases}$$

$$S_4=\begin{cases} 3x+4y-z &= 0 \\ x-3y+2z &= 0 \\ x+2y-4z &= 0 \end{cases}$$